

Géométrie (10 points)

X

Exercice 1 : (5 points)

(o, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan.

On donne les points A (3,0) et B (0,4)

1) Trouver une équation cartésienne du cercle ξ circonscrit au triangle OAB.

2) Soit E le point du cercle ξ d'ordonnée 2 et dont l'abscisse est positive.

Calculer l'abscisse du point E.

3) On désigne par P, Q et R les projetés orthogonaux de E respectivement sur (OA) ; (OB) et (AB).

Montrer que les points P, Q et R sont alignés.

Exercice 2 : (5 points)

On considère un triangle équilatéral ABC de côté a.

D un point de la perpendiculaire en A au plan du triangle tel que $AD = 2a$.

Soient E un point de [AB] et F un point de [BC] tel que : $AE = CF = \frac{a}{3}$.

Le plan P contenant (EF) et perpendiculaire au plan (ABC) coupe [DB] en G.

1) Montrer que les droites (EG) et (AD) sont parallèles.

2) Montrer que les droites (FG) et (CD) sont parallèles.

3) Calculer les distances EF, EG et FG en fonction de a.

Algèbre (10 points)

(o, \vec{i}, \vec{j}) un repère orthonormé du plan.

1) Soit $f(x) = -\frac{1}{2}x^2 + x + 2$.

a/ vérifier que $f(x) = -\frac{1}{2}(x-1)^2 + \frac{5}{2}$.

b/ Etudier la fonction f.

c/ Tracer la courbe de f.

2) Soit $g(x) = \frac{x}{x-1}$.

a/ Etudier g.

b/ Tracer la courbe de g dans le même repère.

3) Déterminer les coordonnées des points d'intersection des courbes de f et g.

4) Soit $h(x) = \sup(f(x), g(x))$

a/ Tracer la courbe de h.

b/ déduire le tableau de variation de h.

5) Discuter graphiquement selon le paramètre m le nombre de solutions de l'équation $h(x) = m$